

ШАБЛОН ЗАДАЧІ З ВИЗНАЧЕНОЮ СИСТЕМОЮ ТА ПРЯМОКУТНОЮ МАТРИЦЕЮ

Гвоздецька Анна Валеріївна
студентка групи Маб -1-24-4.0д,
Київського столичного університету імені Бориса Грінченка,
науковий керівник – к.ф.-м.н., доц. Радченко С.П.

У контексті сучасних підходів до генерації навчального матеріалу з лінійної алгебри зростає інтерес до задач, які виходять за межі класичних визначених систем. Зокрема, особливу навчальну цінність мають прямокутні системи, які містять більше рівнянь, ніж невідомих. У таких системах деякі рівняння можуть бути зайвими, що дозволяє студентам глибше зрозуміти різницю між поняттями визначеності та узгодженості.

Мета: Сформувати шаблон задачі з визначеною системою та прямокутною матрицею, у якій студент має продемонструвати вміння застосовувати елементарні перетворення до системи рівнянь, зокрема – виявляти та вилучати надлишкові (лінійно залежні) рівняння..

Розглянемо побудову визначеної системи лінійних рівнянь з прямокутною матрицею. Спочатку будується система четвертого порядку. Ми можемо побудувати таку систему яка буде мати єдиний розв'язок вписавши відповідні формули для вільних членів цих рівнянь, визначивши заздалегіть якийсь розв'язок, який можна формувати за допомогою функції RANDBETWEEN. Ці всі числа вводяться довільним чином, будується матриця не нульова. Для цього потрібно створити добуток двох трикутних матриць – нижньої і верхньої. Отримана матриця буде ненульовою, бо за властивістю добутку визначників $\det(A) = \det(L) \cdot \det(U)$, а жоден з визначників не нульовий через ненульові діагоналі. І таким чином отримаємо систему четвертого порядку визначену.

Мною була побудована модель шаблону, який містить чотири невідомих та сім рівнянь, три рівняння є лінійними комбінаціями перших чотирьох. Отже мета надання такого завдання полягає у тому, що студент має продемонструвати вміння використовувати елементарні перетворення системи рівнянь для вилучення зайвих рівнянь, які будуть в шаблоні складатися з нулів.

Подамо процес створення шаблонів у вигляді кроків:

Крок 1. Початково будується визначена квадратна система четвертого порядку із цілими коефіцієнтами та відомим єдиним розв'язком. Для цього використовуються дві трикутні матриці з ненульовими діагональними елементами, добуток яких утворює невироджену матрицю коефіцієнтів. Розв'язок задається окремо, а праві частини обчислюються шляхом множення матриці на вектор розв'язків.

Крок 2. Додавання зайвих рівнянь

До побудованої системи додаються рівняння, які є лінійною комбінацією попередніх чотирьох. Таким чином, розширена система не змінює множини розв'язків і залишається визначеною.

Крок 3. Автоматизація створення текстових завдань

Як і у випадку з квадратними системами, на наступному етапі здійснюється формування текстового подання системи у форматі, зручному для компіляції у TeX. При цьому кожна клітинка Excel обробляється формулами, які враховують: непоказ коефіцієнта 1 (якщо він стоїть перед невідомою); непоказ знаку "+" перед першою змінною; пропуск члена, якщо коефіцієнт дорівнює 0.

Формула для перших коефіцієнтів в кожному рядку

=IF(C3=1;"";IF(C3=-1;"-";IF(C3=0;"";C3)))

Формула для кожної змінної

=IF(C3=0;"";"x_1")

Формула для других коефіцієнтів в кожному рядку

=IF(C3=0;IF(D3=1;"";IF(D3=-1;"-";IF(D3=0;"";D3)));IF(D3=1;"+";IF(D3=-1;"-";IF(D3=0;"";IF(D3>0;"+"&D3;D3))))))

Формула для третіх та четвертих коефіцієнтів відповідно

=IF(AND(C3=0; D3=0); IF(E3=0; ""; IF(E3=1; "+"; IF(E3=-1; "-"; E3))); IF(E3=0; ""; IF(E3=1; "+"; IF(E3=-1; "-"; IF(E3>1; "+" & E3; E3))))))
 =IF(AND(C3=0;D3=0;E3=0);IF(F3=0;"";IF(F3=1;"+";IF(F3=-1;"-";F3)));IF(F3=0;"";IF(F3=1;"+";IF(F3=-1;"-";IF(F3>1;"+"&F3;F3))))))

Ці формули реалізовані через вкладені конструкції IF у поєднанні з оператором &, з можливим використанням IF, AND.

Крок 4. Генерація Тех-файлу

Після складання всіх рядків рівнянь у одному аркуші, формулами Excel здійснюється об'єднання результату у готовий TeX-код за допомогою функції CONCATENATE.

Формула:

=CONCATENATE(AL3;AM3;AN3;AO3;AP3;AQ3;AR3;AS3;AT3;AU3;AV3;AW3)

Сформований текстовий файл, що повністю описується в редакторі TeX може бути скомпільованим в остаточному вигляді. Цей файл зібраний з окремих фрагментів за допомогою функції Excel CONCATENATE.

=CONCATENATE(AX3;AX4;AX5;AX6;AX7;AX8;AX9)

ДЖЕРЕЛА

1. Радченко С. П. Використання методу шаблонів при формуванні самостійних завдань для студентів з курсу лінійної алгебри / С. П. Радченко. // Неперервна професійна освіта: теорія і практика. – 2016. – №1-2. – С. 85–90.
2. SP Radchenko On the computerization of self-learning and mathematics. International scientific conference "Problems and prospects of professional training of teachers of mathematics", Vinnytsia State Pedagogical University. - Vinnytsia, 2012
3. D. Bodnenko, O. Lytvyn, V. Proshkin, S. Radchenko, The templates methods in e-learning of higher mathematics, Monograph. E-learning in the Time of COVID-19: monograph. – Katowice–Cieszyn, University of Silesia in Katowice – 2021. P/199-209
4. Abramov, V., Astafieva, M., Boiko, M., Bodnenko, D., Bushma, A., Vember, V., Hlushak, O., Zhyltsov, O., Ilich, L., Kobets, N., Kovaliuk, T., Kuchakovska, H., Lytvyn, O., Lytvyn, P., Mashkina, I., Morze, N., Nosenko, T., Proshkin, V., Radchenko, S., & Yaskevych, V. (2021). Theoretical and practical aspects of the use of mathematical methods and information technology in education and science. <https://doi.org/10.28925/9720213284km>
5. Вембер, В. П. Соціальні мережі в електронному навчанні. Відповідальні за випуск: ММ Астаф'єва, ДМ Бодненко, ОМ Глушак, ГА Кучаковська, 2021, 15.
6. Bilous, V. V., Bodnenko, D. M., Horbatovskyi, D. V., Lytvyn, O. S., & Proshkin, V. V. The development and use of mobile app AR Physics in physics teaching at the university, 2021.