

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ МЕРЕЖ

Кучеренко Владислав Вікторович

студент групи МАМм-1-24-1.4д,

Київського столичного університету імені Бориса Грінченка,

науковий керівник – к.ф.-м .н., доц. Семеняка С.О.

У магістерській роботі досліджено процес знаходження найефективнішого способу використання мережевих ресурсів , таких, як пропускна здатність, маршрутизатори, канали зв'язку, для досягнення оптимізаційних цілей, таких як:

- мінімізація затримки (latency)
- максимізація пропускної здатності (throughput)
- мінімізація втрат пакетів (packet loss)
- уникнення перевантаження (congestion)
- зниження вартості

Математичні методи надають формальний апарат для вирішення цих оптимізаційних задач [1].

Були розглянуті ключові математичні методи та їх застосування

1. Теорія графів (Graph Theory)

Опис: Інтернет-мережа природно представляється у вигляді графа, де:

Вершини (Nodes) – це маршрутизатори, комутатори, сервери.

Ребра (Edges) – це фізичні або логічні зв'язки між ними з певною вагою (пропускна здатність, затримка, вартість).

Застосування:

Знаходження найкоротшого шляху (Shortest Path): Вибір оптимального маршруту для трафіку.

Побудова дерев стійкості (Spanning Trees): Запобігання петлям у мережах (наприклад, використання STP в Ethernet).

Аналіз надійності мережі: Знаходження критичних точок (наприклад, вершин або ребер, чиє видалення розриває мережу).

Одним з класичних прикладів є алгоритм Дейкстри (Dijkstra's Algorithm) [2].

2. Лінійне програмування (Linear Programming - LP)

Опис: Метод знаходження оптимального (найкращого) значення (наприклад, мінімальної вартості або максимальної швидкості) при наявності лінійних обмежень. Всі рівняння та нерівності в моделі є лінійними.

Застосування:

Оптимізація трафіку (Traffic Engineering): Розподіл трафіку по багатьох шляхах для уникнення перевантажень [3; 4].

Проектування мережі: Визначення, куди розміщувати сервери або прокладати нові канали зв'язку, щоб мінімізувати загальну вартість і задовольнити попит.

Приклад: Потік з мінімальною вартістю (Minimum Cost Flow)

3. Теорія масового обслуговування (*Queueing Theory*)

Опис: Математичне моделювання черг очікування. Дозволяє аналізувати затримки та навантаження в системах, де виникають черги (як у маршрутизаторах, де пакети чекають на обробку).

Застосування:

Розмір буфера маршрутизатора: Визначення оптимального розміру черги для мінімізації втрат пакетів при допустимих затримках.

Планування пропускну здатності: Моделювання того, як зростання трафіку вплине на затримки [5-6].

Приклад: Модель M/M/1

4. Методи нелінійної оптимізації та оптимізації в умовах обмежень

Опис: Багато реальних задач мають нелінійні залежності або складні обмеження. Наприклад, пропускна здатність каналу не є лінійною функцією від рівня сигналу.

Застосування:

Оптимізація в бездротових мережах: Розподіл потужності передавачів для максимізації пропускну здатності або мінімізації перешкод.

Оптимізація протоколу TCP: Сучасні версії TCP використовують складні алгоритми для динамічного вибору розміру вікна, що є нелінійною задачею.

Приклад: Справедливий розподіл ресурсів (Max-Min Fairness)

Це не алгоритм, а принцип (критерій) оптимізації.

Математичні методи [7] є фундаментом сучасного проектування та управління інтернет-мережами. Вони переходять від інтуїтивних рішень до точних, обчислюваних і оптимальних стратегій.

Теорія графів вирішує задачі маршрутизації.

Лінійне програмування вирішує задачі глобального розподілу ресурсів.

Теорія черг допомагає розуміти і керувати затримками.

Нелінійні методи вирішують складні задачі, де взаємозв'язки не є простими. Ці методи інтегровані в протоколи (наприклад, OSPF використовує алгоритм Дейкстри), алгоритми управління чергами (AQM) та інструменти планування мереж операторів зв'язку.

ДЖЕРЕЛА

1. Abramov, V., Astafieva, M., Boiko, M., Bodnenko, D., Bushma, A., Vember, V., Hlushak, O., Zhylytsov, O., Ilich, L., Kobets, N., Kovaliuk, T., Kuchakovska, H., Lytvyn, O., Lytvyn, P., Mashkina, I., Morze, N., Nosenko, T., Proshkin, V., Radchenko, S., & Yaskevych, V. (2021). Theoretical and practical aspects of the use of mathematical methods and information technology in education and science. <https://doi.org/10.28925/9720213284km>

2. Tanenbaum, A. S., & Wetherall, D. J. (2011). Computer Networks (5th ed.). Pearson. URL: <https://csc-knu.github.io/sys-prog/books/Andrew%20S.%20Tanenbaum%20-%20Computer%20Networks.pdf>
3. Ahuja, R. K., Magnanti, T. L., & Orlin, J. B. (1993). Network Flows: Theory, Algorithms, and Applications. Prentice Hall. URL: <https://dspace.mit.edu/bitstream/handle/1721.1/49424/networkflows00ahuj.pdf>
4. Gross, D., Shortle, J. F., Thompson, J. M., & Harris, C. M. (2018). Fundamentals of Queueing Theory (5th ed.). Wiley. URL: <https://download.e-bookshelf.de/download/0010/9228/27/L-G-0010922827-0027094516.pdf>
5. Zinchenko N.M. Limit Theorems for Compound Renewal Processes: Theory and Applications. Chaotic Modeling and Simulation (CMSIM Journal), 2018. N 3. 355–368.
6. Астаф'єва М. М. (2021) Оптимізаційні функції керування в математичному моделюванні еволюційних процесів / Теоретичні та практичні аспекти використання математичних методів та інформаційних технологій в освіті й науці: колективна монографія. Київський університет імені Бориса Грінченка, Київ, С. 194-209.
7. Астаф'єва М.М., Степаненко Н.В. Оптимальне управління кібербезпекою: глобальна керованість лінійних моделей. Cybersecurity Providing in Information and Telecommunication Systems (3991). 2025, с. 14-25.