

ГЕОМЕТРИЧНЕ ЗАСТОСУВАННЯ ІНТЕГРАЛА В МЕЖАХ ЦІЛОЇ МНОЖИНИ

Мазур Анатолій Валерійович

студентка групи Маб -1-24-4.0д,

Київського столичного університету імені Бориса Грінченка,

науковий керівник – к.ф.-м.н., доц. Радченко С.П.

Для математичного аналізу не є характерним зведення практики до розв'язку подібних прикладів, адже хоч загальні методи раціоналізації застосовуються для багатьох різних інтегралів, але до певної шаблонності дійти не можливо – це може нашкодити студенту. Але перед викладачем може постати проблема підготувати роботу діагностичного характеру однієї тематики розв'язків, але щоб знизити рівень імовірної недоброчесної практики бажано – кінцевий результат був різним для кожного студента. У такому разі доцільно застосувати метод шаблонів, який своєю структурою в середовищі Excel буде формувати завдання у форматі TeX. Для розгляду такої проблеми зручно взяти визначений інтеграл та його геометричне значення, адже такі завдання завжди мають кінцеве числове значення, а отже і шаблон може одразу генерувати відповідь для швидшої перевірки робіт студентів.

Розглянемо криву, задану параметрично (1).

$$\begin{cases} x(t) = a \sin^2 t \\ y(t) = b \cos^2 t, \end{cases} \quad t \in [t_1; t_2] \quad (1)$$

Нехай діагностична робота повинна мати чотири завдання:

Площа фігури.

Довжина дуги.

Об'єм тіла обертання відносно Ох.

Площа поверхні тіла.

Не будемо детально розглядати кожен розв'язок, лише запишемо кінцевий результат та висновки, які ми з нього можемо зробити.

$$S = \int_{t_1}^{t_2} y(t)x'(t)dt = ab \left[-\frac{\cos^4 t}{2} \right]_{t_1}^{t_2} \quad (2)$$

$$L = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{x'^2(t) + y'^2(t)}dt = \sqrt{a^2 + b^2} \left[-\frac{\sin^2 t}{2} \right]_{t_1}^{t_2} \quad (3)$$

$$V = \pi \int_{t_1}^{t_2} x^2(t)y'(t)dt = -\pi a^2 b \left[\frac{\sin^6 t}{6} \right]_{t_1}^{t_2} \quad (4)$$

$$P = 2\pi \int_{t_1}^{t_2} y^2(t)\sqrt{x'^2(t) + y'^2(t)}dt = 2\pi b^2 \sqrt{a^2 + b^2} \left[-\frac{\cos^6 t}{2} \right]_{t_1}^{t_2} \quad (5)$$

Тепер аналізуємо виведені нами формули для розуміння того, як нам домогтися розв'язків, що належатимуть цілій множині. Висновки:

У прикладі (2) доцільно зробити, щоб один із доданків був парний.

У прикладі (3) треба підібрати трійку чисел схожих на сторони єгипетського трикутника, але щоб корінь квадрата суми був парний. Така трійка є: $6^2 + 8^2 = 10^2$.

У прикладі (3) нам потрібно зробити такі кроки, коефіцієнт перед функцією синуса (1) покласти так: $\frac{a}{\sqrt{\pi}}$. І також коефіцієнт $b < 0$, щоб результат виходив додатній.

У прикладі (4) можна підібрати числа подібно до пунктів 2 та 3 цього списку, але тоді числове значення інтеграла буде постійно виходити доволі великим, тому цей приклад можна залишити на загальний розв'язок для студентів.

Для (2), (3), (4), (5) зручним є $t \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Тепер перейдемо до шаблону, який ми хочемо зробити. Для цього в середовищі Excel зробимо таку структуру. «Числовий масив» (позначення «Назва_Аркуша») – тут ми будемо формувати за допомогою функцій Excel числові значення завдань. Далі аркуш «Текстовий Масив» – форматування кожного окремого прикладу у форматі Тех. «Компіляція» – цей аркуш буде залежний від двох інших «Блоковий компілятор» та «Пакетний компілятор». В залежності від потреб користувача на аркуші «Компіляція» буде формуватися завдання або у вигляді цілісної роботи по варіантах із тими типами прикладів, які оберє викладач, або файли із завданнями за конкретним інтегралом із декількома його варіаціями.

ДЖЕРЕЛА

1. Зайцев Є. П. (2018). Вища математика: інтегральне числення функцій однієї та багатьох змінних, звичайні диференціальні рівняння: навч. посіб. / Є. П. Зайцев. – К: Алерта, 2018. – 608 с.
2. D. Bodnenko, O. Lytvyn, V. Proshkin, S. Radchenko, The templates methods in e-learning of higher mathematics, Monograph. E-learning in the Time of COVID-19: monograph. – Katowice–Cieszyn, University of Silesia in Katowice – 2021. P/199-209
3. Астаф'єва М.М. Задача мінімізації функціонала в теорії керування. Фізико-математична освіта: наук. журнал. 2017. Вип. 4 (14). С. 143–148.
4. Astafieva M. and Stepanenko N. Optimal Cybersecurity Management: Global Controllability of Linear Models / Cybersecurity Providing in Information and Telecommunication Systems (3991), 2025, с. 14-25. ISSN 1613-0073
5. Abramov, V., Astafieva, M., Boiko, M., Bodnenko, D., Bushma, A., Vember, V., Hlushak, O., Zhylytsov, O., Ilich, L., Kobets, N., Kovalyuk, T., Kuchakovska, H., Lytvyn, O., Lytvyn, P., Mashkina, I., Morze, N., Nosenko, T., Proshkin, V., Radchenko, S., & Yaskevych, V. (2021). Theoretical and practical aspects of the use of mathematical methods and information technology in education and science. <https://doi.org/10.28925/9720213284km>